

Dienstag, 11.5.2021

Mathematik

Heute lernst du, was bei Zufallsexperimenten das Gesetz der großen Zahl bedeutet.

Was ist das Gesetz der großen Zahl?

Man kann dieses Gesetz am einfachsten mit einem Beispiel erklären:

Beispiel: Wir werfen eine Münze. Wir gewinnen dann, wenn „Kopf“ oben liegt.

Du weißt schon, wie man die Wahrscheinlichkeit ausrechnet, dass „Kopf“ oben liegt:

Dazu muss man die Anzahl der passenden Ergebnisse durch die Anzahl der möglichen Ergebnisse teilen.

Anzahl der passenden Ergebnisse = 1 (Kopf)

Anzahl der möglichen Ergebnisse = 2 (Kopf / Zahl)

Wahrscheinlichkeit für „Kopf“ = $1:2 = 0,5 = 50\%$

Man sollte also glauben, dass bei jedem zweiten Wurf „Kopf“ oben liegt. Aber ganz so einfach ist es nicht. In unserem Beispiel wird die Münze jetzt 50-mal geworfen. In der Tabelle siehst du, wie oft jeweils „Kopf“ oben lag:

Anzahl der Versuche	5	10	20	30	40	50
Anzahl von Kopf	1	3	11	14	21	24

Nach 5 Würfen lag nur einmal „Kopf“ oben. Die relative Häufigkeit von „Kopf“ nach 5 Würfen beträgt also 0,2 oder 20%.

Relative Häufigkeit = Absolute Häufigkeit : Anzahl der Versuche = $1 : 5 = 0,2$

Nach 5 Würfen sind wir also noch ein gutes Stück von einer Trefferquote von 50% entfernt. Wir sind erst bei 20%.

Nach 10 Würfen lag nur dreimal „Kopf“ oben. Die relative Häufigkeit von „Kopf“ nach 10 Würfen beträgt also 0,3 oder 30%.

Relative Häufigkeit = Absolute Häufigkeit : Anzahl der Versuche = $3 : 10 = 0,3$

Nach 10 Würfeln sind wir also noch ein gutes Stück von einer Trefferquote von 50% entfernt. Wir sind erst bei 30%.

Nach 20 Würfeln lag nun auf 11-mal „Kopf“ oben. Die relative Häufigkeit von „Kopf“ nach 20 Würfeln beträgt also 0,55 oder 55%.

Relative Häufigkeit = Absolute Häufigkeit : Anzahl der Versuche = $11 : 20 = 0,55$

Nach 20 Würfeln haben wir auf einmal sogar eine bessere Trefferquote als 50%. Sie liegt jetzt bei 55%.

Nach 30 Würfeln lag nun insgesamt 14-mal „Kopf“ oben. Die relative Häufigkeit von „Kopf“ nach 30 Würfeln beträgt also 0,466 oder 47%.

Relative Häufigkeit = Absolute Häufigkeit : Anzahl der Versuche = $14 : 30 = 0,466$

Nach 30 Würfeln ist unsere Trefferquote wieder etwas zurückgegangen, sie liegt jetzt knapp unter 50%. Sie liegt jetzt bei 47%.

Nach 40 Würfeln lag nun insgesamt 21-mal „Kopf“ oben. Die relative Häufigkeit von „Kopf“ nach 40 Würfeln beträgt also 0,525 oder 52,5%.

Relative Häufigkeit = Absolute Häufigkeit : Anzahl der Versuche = $21 : 40 = 0,525$

Nach 40 Würfeln haben nun wieder eine knapp bessere Trefferquote als 50%. Sie liegt jetzt bei 52,5%.

Nach 50 Würfeln lag nun insgesamt 24-mal „Kopf“ oben. Die relative Häufigkeit von „Kopf“ nach 50 Würfeln beträgt also 0,48 oder 48%.

Relative Häufigkeit = Absolute Häufigkeit : Anzahl der Versuche = $24 : 50 = 0,48$

Nach 50 Würfeln haben liegt unsere Trefferquote also knapp unter 50%. Sie liegt jetzt bei 48%.

Hier siehst du die Ergebnisse des Versuchs noch einmal in einer Tabelle zusammengefasst:

Anzahl der Versuche	5	10	20	30	40	50
Anzahl von Kopf	1	3	11	14	21	24
relative Häufigkeit von Kopf	20%	30%	55%	47%	52,5%	48%

Was du hier siehst, ist das **Gesetz der großen Zahl**.

Die relative Häufigkeit schwankt bei Zufallsexperimenten immer.

Je häufiger du ein Zufallsexperiment durchführst, desto stärker gleicht sich die **relative Häufigkeit** aber der **Wahrscheinlichkeit des Ereignisses** an.

In unserem Beispiel sieht das so aus:

Die **Wahrscheinlichkeit** für Kopf beträgt beim Münzwurf **50%**.

Nach 5 Würfeln war die **relative Häufigkeit** von Kopf aber nur **20%**.

Nach 10 Würfeln war sie nur **30%**.

Nach 20 Würfeln lag sie jetzt bei **55%**, also schon in der Nähe von 50%.

Nach 30 Würfeln lag sie bei **47%**, also noch näher an den 50%.

Nach 40 Würfeln lag sie bei **52,5%**, also noch näher an den 50%.

Nach 50 Würfeln lag sie bei **48%**, also noch näher an den 50%.

Je häufiger wir die Münze werfen, desto näher kommt die **relative Häufigkeit** von Kopf an die **Wahrscheinlichkeit** von Kopf heran.

Das ist das **Gesetz der großen Zahl**. Je größer die Zahl der Versuche, desto stärker nähert sich die **relative Häufigkeit des Ereignisses** der **Wahrscheinlichkeit des Ereignisses** an.

Allerdings kann es manchmal auch sehr lange dauern, bis sich diese Werte angleichen. Manchmal kann man auch 200 oder 300 Versuche brauchen. Wenn du beim Münzwerfen also nach 20 Versuchen nur dreimal „Kopf“ hattest, heißt das nicht automatisch, dass du nach 40 Versuchen schon näher an den 50% bist, nur weil du mehr Versuche hattest.

Wenn du Pech hast, brauchst du noch sehr viel mehr Versuche, bis du bei 50% bist.

Fragen zu dem neuen Thema klären wir in der Videokonferenz.

Schreibe zuvor noch diesen Eintrag ordentlich in dein Merkheft:

3. Das Gesetz der großen Zahl

Beispiel: Es wird 50-mal eine Münze geworfen.

Die **Wahrscheinlichkeit** für „Kopf“ beträgt 50%.

Nach 5, 10, 20, 30, 40 und 50 Würfeln wird die Anzahl

notiert, wie oft „Kopf“ oben lag.

Anzahl der Versuche	5	10	20	30	40	50
Anzahl von Kopf	1	3	11	14	21	24
relative Häufigkeit von Kopf	20%	30%	55%	47%	52,5%	48%

Je häufiger man ein Zufallsexperiment durchführt, desto stärker nähert sich die **relative Häufigkeit** eines Ereignisses

der **Wahrscheinlichkeit** des Ereignisses an. Das nennt man **das Gesetz der großen Zahl**.

Kannst du es noch? Rechne diese Aufgabe zur Wiederholung in dein Übungsheft:

Löse die Gleichung.

$$x + 6 \cdot (2 - 0,5x) = -2x + 4 \cdot (2 - x)$$

Englisch

Bearbeite diese Aufgabe in dein Übungsheft:

p. 72/3a

Write your own CV. You can use Ryan's CV, but fill in your own information!

Deutsch

Aufgabe (Übungsheft): Nimm heute das andere Bild auf S. 153 oben aus (Löwe auf der Hundehütte) und schreibe einen kurzen Tagebucheintrag dazu (ca. 10 Zeilen). Der Eintrag soll aus der Sicht einer Figur sein, die erlebt hat, was man auf dem Bild sieht.

Tipps zum Schreiben eines Tagebucheintrags: Siehe Deutsch von gestern (Homepage)